Distr.
GENERAL

CES/AC.49/2001/3
19 June 2001

RUSSIAN
Original: ENGLISH

СТАТИСТИЧЕСКАЯ КОМИССИЯ и ЕВРОПЕЙСКАЯ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ КОМИССИЯ

МЕЖДУНАРОДНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ТРУДА (МОТ)

КОНФЕРЕНЦИЯ ЕВРОПЕЙСКИХ СТАТИСТИКОВ

Совместное совещание ЕЭК/МОТ по индексам потребительских цен (Женева, 1-2 ноября 2001 года)

ГЕДОНИЧЕСКАЯ РЕГРЕССИЯ: МЕТОД ТЕОРИИ ПОТРЕБЛЕНИЯ

Специальный документ, представленный Университетом Британской Колумбии, (Канада)*

Резюме

Гедоническая регрессия позволяет производить регрессию цен различных моделей товара (или услуги) по характеристикам, описывающим данный товар. Существующая экономическая теория, обосновывающая гедоническую регрессию, чрезвычайно сложна. В настоящем документе использован крайне упрощенный метод теории потребления в целях обоснования семейства функциональных форм гедонической регрессии. Главное принятое для простоты допущение заключается в одинаковости по каждому потребителю гедонической функции полезности, описывающей оценку потребителями альтернативных моделей с различными характеристиками. Предполагается, что такая гедоническая функция полезности может быть отделена от других товаров, что

* Подготовлен Эрвином Дивертом, факультет экономики и Национальное бюро экономических исследований (НБЭИ), Университет Британской Колумбии, Ванкувер (Канада). Автор выражает признательность Полю Амкнехту, Берту Белку, Эрнсту Берндту, Джеффу Бернстайну, Ангусу Дитону, Роберту Феенстре, Деннису Фикслеру, Роберту Гиллингему, Элис Накамуре, Ричарду Шмалензее, Мику Силверу, Ирво Вартие и Кам Ю за полезные замечания, а также Совету научных исследований по общественным и гуманитарным наукам Канады за финансовую поддержку.

составляет второе главное принятое для простоты допущение. В документе также рассматриваются альтернативные функциональные формы гедонической функции полезности с точки зрения их свойств гибкости, то есть того, насколько хорошо они могут приближаться к произвольно заданным функциональным формам. В документе отмечается, что гедоническая регрессия, позволяющая строить регрессию цены модели по линейной функции ее характеристик, не согласуется с методом теории потребления, принятым в данном документе. Наконец, в документе сравниваются традиционные методы сопоставляемых моделей, используемые статистическими учреждениями для учета изменений качества, и метод гедонической регрессии и указывается, при каких условиях оба метода, вероятно, будут совпадать.

Ключевые слова

Гедоническая регрессия, гибкие функциональные формы, теория потребления, характеристики, изменения качества, сопоставляемые модели, индекс потребительских цен.

Коды классификационной системы "Журнала экономической литературы" ("Journal of Economic Literature") C23, C43, C51,: D11, D12, E31

Введение

1. Настоящий документ сначала составлялся как комментарий к Silver и Heravi (2001). В этом исключительно полезном и интересном докладе развивается традиция, начатая в статье Silver (1995), где ее автор впервые систематическим образом использовал для построения индексов данные сканирования. В своем докладе Силвер и Херави составили колоссальный массив данных по практически всем продажам стиральных машин в Соединенным Королевстве за 12 месяцев 1998 года. Они использовали детальную информацию о цене и качестве, вместе с информацией о характеристиках каждой машины, для расчета различных агрегированных месячных индексов цен по стиральным машинам, учитывая проблемы, связанные с изменением качества стиральных машин. В частности, авторы рассмотрели три общих вида методов оценки скорректированных на качество цен с использованных данных сканирования:

- обычный метод гедонической регрессии временны́х рядов с фиктивной переменной, при котором не используются количественные данные о продажах моделей;
- методы сопоставляемых моделей, в соответствии с которыми удельные цены сопоставляемых моделей в каждом из двух сравниваемых периодов используются в

качестве базисных цен, дополняемых данными о физическом объеме продаж в каждый период (затем для агрегирования этих базисных цен и физического объема используется обычная теория индексов) и

- собственно гедонический метод, основанный на работе Feenstra (1995).

2. Авторы также использовали свою базу сканированных данных по стиральным машинам для реплицирования выборочных методов статистических учреждений.

3. Что показалось самым примечательным о результатах автора – это то, что практически все[1] из рассчитанных ими индексов цен показывают весьма существенное падение скорректированных по качеству цен на стиральные машины на примерно 6–10% за период года. Большинство их индексов показали сокращение агрегированной цены на стиральные машины в пределах 8–10%. В индексе розничных цен Соединенного Королевства стиральные машины относятся к разделу бытовых электроприборов, в который включаются самые разные электроприборы, включая утюги, тостеры, холодильники и т.п. С января 1998 года по декабрь 1998 года компонент бытовых электроприборов в ИРЦ сократился с 98,6 до 98,0, падение на 0,6 процентного пункта. Можно предположить, что компоненты индекса бытовых электроприборов, помимо стиральных машин, за этот период выросли по цене настолько, что компенсировали большое очевидное снижение цены стиральных машин, однако мне представляется, что это несколько маловероятно. Таким образом, мы имеем своего рода загадку: почему данные сканирования и гедонические регрессионные анализы изменения цен показывают в среднем гораздо меньшее увеличение цены по сравнению с соответствующими официальными индексами, включающими конкретный изучаемый товар[2]? Одно объяснение этой загадки (если это загадка) могло бы выглядеть следующим образом. В известный момент времени статистическое учреждение начинает использовать выборку моделей, цены которых будут собираться до начала периода следующей выборки. Если только некоторые из этих моделей не исчезнут, каких-либо других моделей к выборке добавлено не будет. Таким образом, возможно, происходит то, что за период времени между началом использования разных выборок рынок выбрасывает новые модели. Эти новые модели технически более совершенны и, как правило, имеют более низкую цену (с поправкой на качество), чем модели, отслеживаемые статистическим учреждением. В теории производители этих устаревших моделей должны снизить свои цены из-за появления этих новых конкурирующих товаров, однако вместо этого они, возможно, просто-напросто прекращают производство этих устаревших моделей, оставляя их цены прежними (или не снижая их в достаточной степени). Однако до того, пока не будет продано последнее изделие этих устаревших моделей, статистическое учреждение продолжает отслеживать движение их цен, которые уже не представляют рынка[3]. Если модель исчезает, возможно, что модель, выбранная статистическим учреждением взамен

ее, не имеет достаточно низкой скорректированной на качество цены[4], поскольку использование гедонической регрессии в статистических учреждениях распространено не столь широко. Эти два фактора, возможно, помогают объяснить, почему метод гедонической регрессии обычно дает более низкие темпы повышения цен на быстро меняющихся рынках по сравнению с показателями, получаемыми статистическими учреждениями.

4. Есть еще один фактор, который, возможно, помогает объяснить то, почему анализы сканерных данных, в которых используются сопоставляемые выборки, дают более низкие темпы роста цен (или более высокие темпы снижения цен, как в случае стиральных машин), чем показатели, полученные статистическими учреждениями. Рассмотрим список моделей на начало периода использования данной выборки. Некоторые из этих моделей окажутся "фаворитами" на рынке, т.е. они будут иметь наиболее высокую ценность с поправкой на качество[5]. Теперь, с течением времени, потребители будут покупать все большее количество этих моделей-фаворитов, но это в свою очередь позволит производителям этих моделей-фаворитов снизить цены на них, поскольку их фиксированные удельные издержки будут снижаться по мере роста их рынков. При расчете индекса совокупных рыночных цен по всем моделям, устраняющего систематическую ошибку замещения при более высоком уровне агрегирования товаров, по сканерным данным эти модели-"фавориты", цена на которые быстро снижалась, получат за данный период времени более высокий весовой коэффициент физического объема, что даст более низкую общую оценку изменения цен по сравнению с оценкой, полученной статистическим учреждением, поскольку то будет агрегировать свои выборочные цены с использованием фиксированных весов[6].

5. У меня нет каких-либо особых критических замечаний по поводу доклада Silver и Heravi (2001): наоборот, я думаю, что они проделали исключительно ценную работу.

6. Раз у меня нет особых критических замечаний по поводу доклада, возникает вопрос: о чем мне написать в остальной части этого комментария? Я рассмотрю различные методологические вопросы, которые из-за нехватки места не были затронуты авторами[7].

7. Так, в разделе 2 ниже я вернусь к классической работе Sherwin Rosen (1974) по гедонистике и попытаюсь дать гораздо более простую модель, чем та, которая была построена этим автором. В частности, я делаю достаточное количество упрощающих допущений, благодаря которым весьма общая модель Розена сводится к обычной модели гедонической регрессии динамического ряда с фиктивной переменной, которая использовалась Силвером и Херави. Допущения, необходимые для получения этой простой модели, вводят весьма жесткие ограничения, однако можно надеяться, что в будущем другие ученые найдут способы ослабления некоторых из этих предположений.

Следует отметить, что я использую традиционный метод анализа потребительского спроса применительно к проблемам, связанным с созданием эконометрической базы оценки гедонических предпочтений; т.е. я не пытаюсь моделировать сторону предложения рынка[8]. Другая важная цель этого раздела - указать, почему модели линейной гедонической регрессии (где зависимая переменная - цена модели, а фиктивная переменная времени вводится в регрессию в линейном виде) вряд ли будут совместимы с микроэкономической теорией.

8. В разделе 3 мы рассмотрим проблемы, связанные с выбором функциональной формы гедонической регрессии. В этом разделе рассмотрены следующие вопросы:

- Сопоставление между тремя обычно используемыми функциональными формами гедонической регрессии.

- Как методы гедонической регрессии могут быть использованы для моделирования выбора размера упаковки.

- Следует ли нам выбрать гибкие функциональные формы при проведении гедонического регрессионного анализа?

- Следует ли нам использовать непараметрические функциональные формы?

9. Silver и Heravi (2001) отметили, что имеется связь между методами сопоставляемых моделей для корректировки по качеству и гедонической регрессией: по сути, гедонический метод позволяет использовать информацию о несопоставленных наблюдениях, в то время как при использовании методики сопоставляемых моделей информация о моделях, которые внезапно возникают на рынке или исчезают с него, должна быть отброшена. Связь между двумя этими методами в своем замечательном разборе литературы по гедонической регрессии также рассмотрел Triplett (2001). Один из наиболее интересных результатов, полученных Триплеттом, - набор условий, при которых модель гедонической регрессии даст те же результаты, что и модель сопоставленний. В разделе 4 мы обобщим этот результат, взяв более общий класс регрессионных моделей, чем те, которые были рассмотрены Триплеттом, и расширим его результаты со случая двух периодов до случая многих периодов.

10. Одна из характерных особенностей доклада Силвера и Херави заключается в том, что они используют информацию о продажах моделей, а также обычную информацию о цене и характеристиках моделей, которые используются в традиционных гедонических

регрессионных анализах. Однако в разделе 5 мы рассмотрим некоторые вопросы, связанные с проведением гедонического регрессионного анализа, когда имеется информация о продажах.

11. В разделе 6 излагаются некоторые замечания по методу точного гедонического индекса цен Feenstra (1995), который также использовался Силвером и Херави. Наш предварительный вывод заключается в том, что использование метода Феенстры не является действительно необходимым, если мы хотим сделать некоторые упрощающие допущения, которые приняты нами в разделе 2 ниже.

12. Наконец, в разделе 7 наша гедоническая модель, представленная в разделе 2, обобщена применительно к такой более общей ситуации, когда в каждый период времени проводятся никак не связанные гедонистические регрессионные анализы, в отличие от проведения одного полного большого гедонического регрессионного анализа за все периоды времени в выборке.

В разделе 8 содержится заключение.

Новое обращение к теории гедонических индексов цен

13. В моделях гедонической регрессии цена единицы товара ("модели" или "ящика") прагматично регрессируется по функции характеристик модели и фиктивной переменной времени. Предполагается, что выборка цен моделей может быть составлена за два или более периодов времени вместе с вектором соответствующих характеристик модели. Любопытный теоретический вопрос заключается в следующем: можем ли мы дать микроэкономическую интерпретацию функции характеристик на правой части линии регрессии?

14. В своей классической работе по гедонистике Rosen (1974) поступает именно так. Однако его экономическая модель оказывается исключительно сложной. В этом разделе мы переработаем его модель[9], внеся два существенных изменения:

- Мы будем предполагать, что каждый потребитель имеет одинаковую *отделимую функцию субполезности*, $f(z_1,...,z_N)$, которая дает потребителю субполезность $Z = f(z)$ от покупки одной единицы сложного гедонического товара, имеющего вектор характеристик $z \equiv (z_1,...,z_N)$[10].

- Субполезность, получаемая потребителем от потребления Z единиц гедонистического товара, совмещается с потреблением X единиц составного "другого" товара для предоставления потребителю совокупной полезности

$u = U^t(X,Z)$ за период t, где U^t - функция "макро"-полезности в период t. Rosen (1974; 38) привел цену X к единице. Мы *не* будем этого делать; наоборот, мы возьмем явную цену периода t, p^t, в качестве единицы общего потребления товара X.

15. Мы начнем с рассмотрения группы комбинаций X и Z, которые могут дать уровень полезности для потребителя за период t, u^t. Это - система $\{(X,Z) : U^t(X,Z) = u^t\}$, которая, разумеется, представляет собой кривую безразличия потребителя за период t по эквивалентным комбинациям потребляемого товара общего типа X и гедонического товара Z. Теперь решаем уравнение $U^t(X,Z) = u^t$ для X как функции u^t и Z и получаем[11]

(1) $X = g^t(u^t,Z)$.

Мы предположим, что эта кривая безразличия опускается, и даже примем еще более жесткое предположение, что g^t дифференцируется по Z и

(2) $\partial g^t(u^t,Z)/\partial Z < 0$.

Пусть p^t и P^t будут ценами одной единицы, соответственно, X и Z в период t. *Проблема минимизации расходов потребителя за период t* может быть представлена в следующем виде:

(3) $\min_{X,Z} \{p^tX + P^tZ : X = g^t(u^t,Z)\} = \min_Z \{p^tg^t(u^t,Z) + P^tZ\}$.

Необходимое условие первого порядка для разрешимости (3) по Z следующее:

(4) $p^t\, \partial g^t(u^t,Z)/\partial Z + P^t = 0$.

Теперь (4) можно переписать, представив цену гедонического агрегата P^t как функцию уровня полезности за период t, u^t, и цену общего потребления p^t:

(5) $P^t = -\, p^t\, \partial g^t(u^t,Z)/\partial Z > 0$,

где неравенство вытекает из предположения (2) выше. Теперь мы интерпретируем правую часть (5) как *функцию желания потребителя платить цену в период t* $w^t(Z,u^t,p^t)$:

(6) $w^t(Z,u^t,p^t) \equiv -\, p^t\, \partial g^t(u^t,Z)/\partial Z$.

Так, с понижением кривой безразличия потребителя за период t в каждой точке (определяемой Z) на этой кривой, (6) дает нам сумму денег, которую потребитель был бы готов заплатить *за единицу Z* для того, чтобы остаться на той же кривой безразличия, которая задается уровнем полезности u^t.

Теперь *функцию готовности платить стоимость за период t,* v^t, можно определить как произведение количества потребленных Z и соответствующей готовности заплатить цену за единицу, $w^t(Z,u^t,p^t)$:

(7) $v^t(Z,u^t,p^t) \equiv Z\, w^t(Z,u^t,p^t) = -\, Z\, p^t\, \partial g^t(u^t,Z)/\partial Z$,

где последнее равенство вытекает из (6). Функция v^t является аналогом *функции стоимости или заявки* в Rosen (1974; 38); она дает нам сумму денег, которую потребитель готов заплатить для потребления Z единиц.

16. Все приведенные выше преобразования имеют интерпретацию, независимую от гедонической модели: это всего лишь выражение того, как вывести функцию готовности платить цену и стоимость с использованием потребительских предпочтений, заданных для двух товаров. Вместе с тем теперь мы предположим, что потребитель имеет *отделимую функцию субполезности* $f(z_1,...,z_N)$, которая дает потребителю субполезность $Z = f(z)$ от приобретения одной единицы сложного гедонического товара[12], имеющего вектор характеристик $z \equiv (z_1,...,z_N)$. Отметим, что мы предположили, что функция f инвариантна по времени[13]. Теперь мы предположим, что функция полезности для потребителя в период t - $U^t(X, f(z))$. Выведенные выше формулы о готовности платить сохраняют силу. В частности, наша новая *функция готовности платить цену* за период t применительно к конкретной модели с характеристиками $z = (z_1,...,z_n)$ выглядит так:

(8) $w^t(f(z),u^t,p^t) \equiv -\, p^t\, \partial g^t(u^t,f(z))/\partial Z$.

Наша новая *функция готовности платить стоимость* за период t (т.е. та сумма денег, которую потребитель готов платить для получения услуг модели с характеристиками вектора z) выглядит следующим образом:

(9) $v^t(f(z),u^t,p^t) \equiv f(z)\, w^t(f(z),u^t,p^t) = -\, f(z)\, p^t\, \partial g^t(u^t,f(z))/\partial Z$.

Теперь предположим, что в период t для потребителя имеется K^t моделей, где модель k продается по цене одной единицы $P_k^{\,t}$ и имеет вектор характеристик $z_k^{\,t} \equiv (z_{1k}^{\,t},...,z_{Nk}^{\,t})$ для $k = 1,2,...,K^t$. Если в период t потребитель приобретает единицу модели k, тогда мы можем составить равенство между ценой модели P_k^t и соответствующей готовностью платить стоимость, определяемую (9), где вместо z подставим z_k^t, т.е. должны выполняться следующие равенства:

$$(10)\ P_k^t = -f(z_k^t)\, p^t\, \partial g^t(u^t, f(z_k^t))/\partial Z\,; \qquad t = 1,\ldots,T\,;\ k = 1,\ldots,K^t.$$

17. В чем смысл допущения об отделимости? Предположим, что гедонический товар – автомобиль, и предположим, что он имеет только три характеристики: число мест, расход топлива и мощность. Допущение об отделимости означает, что потребитель может балансировать эти три характеристики и определять полезность любого автомобиля с любым набором этих трех характеристик *независимо от его выбора* товаров. В частности, ранжирование полезностей моделей автомобилей не зависит от числа детей, которых может иметь потребитель, или возможной цены бензина. Очевидно, что допущение об отделимости вряд ли будет в точности справедливо в реальном мире, однако для того, чтобы наша модель была компактной, нам приходится вводить это достаточно жесткое ограничение.

18. Необходимо дополнительно пояснить еще один аспект нашей модели. Мы прямо предполагаем, что потребители *не могут покупать дробные единицы каждой модели*; они могут приобретать только неотрицательное целое число единиц каждой модели; т.е. мы прямо предполагаем *неделимость* на стороне предложения в нашей модели. Таким образом, в каждый период насчитывается только конечное число моделей гедонического товара, поэтому, хотя предполагается, что потребитель имеет непрерывные предпочтения в отношении всех возможных комбинаций характеристик $(z_1,\ldots,z_N)$ в каждый период, на рынке имеется лишь конечное число изолированных моделей.

19. В этом месте мы введем в нашу модель еще одно частное допущение. Мы предположим, что *каждый* потребитель имеет *одинаковую* гедоническую функцию субполезности[14] f(z), и потребитель i имеет следующую *линейную функцию макрополезности кривой безразличия* в период t:

$$(11)\ g_i^t(u_i^t, Z) \equiv -a^t Z + b_i^t u_i^t\,; \qquad t = 1,\ldots,T\,;\ i = 1,\ldots,I,$$

где a^t и b_i^t – положительные константы. Таким образом, для каждого периода t и каждого потребителя i кривая безразличия в период t между комбинациями X и Z линейна, при этом постоянный угол наклона $-a^t$ одинаков для всех потребителей[15]. Вместе с тем обратите внимание, что мы допускаем изменение такого угла наклона с течением времени. Теперь дифференцируем (11) по Z и подставляем эту частную производную в (10). Получаем следующие уравнения[16]:

(12) $P_k{}^t = p^t\, a^t\, f(z_k{}^t)$; $t = 1,...,T$; $k = 1,...,K^t$.

Теперь определим *совокупную цену одной единицы Z в период t* как[17]:

(13) $\rho_t \equiv p^t\, a^t$; $t = 1,...,T$

и подставим (13) в (12) для получения нашей *базисной системы гедонических уравнений*[18]:

(14) $P_k{}^t = \rho_t\, f(z_k{}^t)$; $t = 1,...,T$; $k = 1,...,K^t$.

20. Теперь осталось лишь постулировать функциональную форму гедонической функции субполезности f и добавить стохастическую спецификацию к равенству (14), и у нас есть наша базисная модель гедонической регрессии. После этого можно оценить неизвестные параметры в f, а также гедонические параметры цен ρ_t за период t[19].

21. Можно представить указанную выше модель в общем виде, получив, однако ту же модель (14), если мы заменим составной "другой" товар X на h(x), где x – вектор потребления и h – линейно однородная возрастающая вогнутая функция агрегатора. Вместо равенств (12) при этих новых допущениях мы получаем следующие равенства:

(15) $P_k{}^t = c(p^t)a^t\, f(z_k{}^t)$; $t = 1,...,T$; $k = 1,...,K^t$,

где p^t – теперь вектор цен x товаров в период t и c – функция удельной стоимости или расходов, двойственная h[20]. Теперь вместо ρ_t подставим $c(p^t)a^t$ и опять получим базисную систему гедонических равенств (14).

22. Равенства (14) имеют одно свойство, которое, скорее всего, будет присутствовать в более сложных и реалистичных моделях потребительского выбора. Это свойство заключается в том, что цены моделей в период t *однородны в первой степени* в общем уровне цен p^t. Так, если p^t заменить на λp^t для любой $\lambda > 0$ (здесь можно вспомнить о внезапной гиперинфляции, когда λ велика), то тогда равенства (12) и (14) предполагают, что цены моделей станут $\lambda P_k{}^t$. Отметьте, что это свойство однородности *не* сохранится в следующей *аддитивной гедонической модели*:

(16) $P_k{}^t = \rho_t + f(z_k{}^t)$; $t = 1,...,T$; $k = 1,...,K^t$.

23. Таким образом, я бы склонялся к исключению построения гедонических регрессий на основе линейной модели (16) по априорным соображениям. Обратите внимание, что гедонические модели, в которых в качестве зависимой переменной берется логарифм цен

моделей P_k^t, как правило, будут соответствовать нашим базисным гедоническим уравнениям (14), в то время как линейные модели наподобие (16) не будут соответствовать нормальным свойствам линейной однородности, вытекающим из микроэкономической теории.

Теперь перейдем к рассмотрению некоторых проблем, связанных с выбором функциональной формы гедонической функции субполезности f(z)[21].

Проблемы функциональной формы

Часто используемые функциональные формы

24. В литературе по гедонической регрессии чаще всего используются три ее функциональные формы – двойная логарифмическая, полулогарифмическая и линейная регрессия[22]. Поочередно рассмотрим каждую из них.

В *двойной логарифмической модели* гедоническая функция агрегатора f определяется по ее логарифму как

(17) $\ln f(z_1,...,z_N) \equiv \alpha_0 + \sum_{n=1}^{N} \alpha_n \ln z_n,$

где α_n – неизвестные параметры, подлежащие оценке. Если мы возьмем логарифмы обеих частей (14), используем (17) и добавим аддитивную помеху $\varepsilon_k{}^t$, мы получим следующую модель гедонической регрессии:

(18) $\ln P_k{}^t = \beta_t + \alpha_0 + \sum_{n=1}^{N} \alpha_n \ln z_{nk}{}^t + \varepsilon_k{}^t$; $t = 1,...,T$; $k = 1,...,K^t$,

где $\beta \equiv \ln \rho_t$ для $t = 1,...,T$. Чтобы определить все параметры, нам необходимо нормализировать β_t и α_0. Обычно мы принимаем $\beta_1 = 0$, что эквивалентно $a^1p^1 = 1$. Если мы хотим добиться линейной однородности (или постоянного эффекта масштаба) гедонической функции субполезности f(z), мы можем для этого принять $\sum_{n=1}^{N} \alpha_n = 1$.

В *полулогарифмической модели* логарифм гедонической функции f(z) определяется как:

(19) $\ln f(z_1,...,z_N) \equiv \alpha_0 + \sum_{n=1}^{N} \alpha_n z_n.$

Если мы возьмем логарифмы обеих частей уравнения (14), используем (18) и добавим ошибку $\varepsilon_k{}^t$, мы получим следующую модель гедонической регрессии:

(20) $\ln P_k^t = \beta_t + \alpha_0 + \sum_{n=1}^N \alpha_n z_{nk}^t + \varepsilon_k^t$; $t = 1,...,T$; $k = 1,...,K^t$,

где $\beta_t \equiv \ln \rho_t$ для $t = 1,...,T$. Вновь, для того чтобы определить все параметры, нам необходимо нормализовать β_t и α_0, например как $\beta_1 = 0$, что эквивалентно $a^1p^1 = 1$.

Полулогарифмическая модель имеет *недостаток* в сравнении с двойной логарифмической моделью: в случае полулогарифмической гедонической функции f(z) нельзя задать постоянного эффекта масштаба[23]. Однако полулогарифмическая модель имеет *преимущество* по сравнению с двойной логарифмической моделью: полулогарифмическая модель может быть работоспособной в ситуациях, в которых одна или более характеристик z_{nk}^t равны нулю, в то время как двойная логарифмическая модель в этом случае не работает. Это – важное соображение, если в период выборки на рынке появляются новые свойства товара.

В линейной модели гедоническая функция f(z) – простая линейная функция характеристик:

(21) $f(z_1,...,z_N) \equiv \alpha_0 + \sum_{n=1}^N \alpha_n z_n$.

Подставив (21) в (14) и добавив ошибку ε_k^t, мы будем иметь следующую модель гедонической регрессии:

(22) $P_k^t = \rho_t [\alpha_0 + \sum_{n=1}^N \alpha_n z_{nk}^t] + \varepsilon_k^t$; $t = 1,...,T$; $k = 1,...,K^t$.

25. Вновь, для того чтобы определить все параметры, нам необходимо нормализовать ρ_t и α_n, например, $\rho_1 = 0$, что эквивалентно $a^1p^1 = 1$. К сожалению, (22) – *нелинейная регрессионная модель*, в то время как предыдущие двойные логарифмические и полулогарифмические модели были *моделями линейной регрессии*. Постоянный эффект масштаба в линейной гедонической функции может быть задан как $\alpha_0 = 0$. Модель (22) может также вполне справляться с появлением на рынке новых характеристик.

26. Можно видеть, что ни одна из трех моделей, (18), (20) или (22), не доминирует полностью над двумя другими моделями: каждая из трех моделей имеет по крайней мере одно преимущество по сравнению с двумя другими.

27. Ввиду нелинейной формы (22) эта модель не находит частого применения, если вообще применяется. Вместе с тем бессчетное число раз строится следующая тесно связанная с ней модель:

(23) $P_k^t = \rho_t + \alpha_0 + \sum_{n=1}^N \alpha_n z_{nk}^t + \varepsilon_k^t$; $\quad t = 1,...,T$; $k = 1,...,K^t$.

28. Как указывалось в предыдущем разделе, линейная модель (23) вряд ли будет согласовываться с микроэкономической теорией и таким образом мы не можем рекомендовать ее использование.

Гедоническая регрессия и проблема размера упаковки

29. Применительно ко многим товарам цена уменьшается вместе с увеличением размера покупки. Как можно учесть в модели это явление, используя средства гедонической регрессии?

30. Предположим, что вектор характеристик $z \equiv (z_1,...,z_N)$ - скаляр, таким образом $N = 1$ и единственная характеристика количества z_1 - размер упаковки; таким образом это количество однородного товара, содержащегося в проданной упаковке. В этом случае естественно считать, что гедоническая функция субполезности $f(z_1)$ будет постоянной монотонно неснижающейся функцией одной переменной с $f(0) = 0$. В следующем ниже тексте мы не ставили подстрочный индекс единицы.

31. Функцию $f(z)$ можно просто описать как кусочно-линейную непрерывную функцию или *линейный сплайн.* В случае 3 линейных сегментов система регрессионных неравенств (14) после добавления в (14) ошибок будет выглядеть как следующая система: для $t = 1,...,T$ имеем:

$$
\begin{aligned}
(24)\ P_k^t &= \rho_t\, \alpha_1 z_k^t + \varepsilon_k^t && \text{если } 0 \le z_k^t \le z_1^* \\
&= \rho_t\, [\alpha_1 z_1^* + \alpha_2\{z_k^t - z_1^*\}] + \varepsilon_k^t && \text{если } z_1^* \le z_k^t \le z_2^* \\
&= \rho_t\, [\alpha_1 z_1^* + \alpha_2\{z_2^* - z_1^*\} + \alpha_3\{z_k^t - z_2^*\}] + \varepsilon_k^t && \text{если } z_2^* \le z_k^t.
\end{aligned}
$$

32. Заранее определенные размеры упаковок z_1^* и d z_2^*, где мы переходим от одного линейного сегмента к следующему, называются точками разрыва. Неизвестные параметры, которые необходимо определить, - это $\rho_1,...,\rho_T$, α_1, α_2 и α_3. Как обычно, не все из этих параметров можно определить, таким образом необходимо ввести нормализацию, такую, как $\rho_1 = 1$.

33. Система оценочных уравнений (24) имеет две трудности:

- Регрессия нелинейна при неизвестных параметрах.

- Оцененные коэффициенты α_1, α_2 и α_3 должны быть неотрицательными[24]. Если первоначальная регрессия дает отрицательную величину α_i, тогда регрессия может быть построена заново, при этом α_i заменяется $(\alpha_i)^2$.

Теперь мы переходим к рассмотрению свойств гибкости предполагаемой гедонической функции субполезности f(z).

Вопросы гибкости

34. В обычной теории потребительского спроса мы обычно хотим, чтобы функциональная форма функции потребительской полезности (или любого из ее дуальных представлений) была гибкой, т.е. мы хотим, чтобы наша предполагаемая функциональная форма допускала приближение произвольной дважды непрерывно дифференцируемой функции полезности к второму порядку[25]. В литературе по гедонической регрессии это требование, чтобы функциональная форма функции полезности была гибкой, как правило, не вводится[26]. Например, функциональные формы, рассмотренные в разделе 3.1, выше могут дать лишь линейное приближение, а не квадратическое приближение. Причина, по которой гибкие функциональные формы не используются в литературе по гедонической регрессии, возможно, в значительной мере объясняется проблемой мультиколлинеарности; т.е. если мы попытаемся оценить гедоническую функцию субполезности f(z), которая может дать приближение второго порядка, то у нас может оказаться слишком много неизвестных параметров, не позволяющих произвести точную оценку[27]. Тем не менее, быть может, стоит рассмотреть преимущества и недостатки использования в контексте гедонической регрессии альтернативных гибких функциональных форм.

35. Для нашей первой гибкой функциональной формы для f(z) рассмотрим следующую *транслогарифмическую функциональную форму*[28], которая генерализует нашу прежнюю двойную логарифмическую гедоническую функцию агрегатора, определенную равенством (17) выше:

$$(25)\ \ln f(z_1,\ldots,z_N) \equiv \alpha_0 + \Sigma_{n=1}^{N} \alpha_n \ln z_n + (1/2)\, \Sigma_{i=1}^{N} \Sigma_{j=1}^{N} \alpha_{ij} \ln z_i \ln z_j,$$

где α_n и α_{ij} - неизвестные параметры, подлежащие оценке. Если мы возьмем логарифмы обеих частей (14), используем (25) и добавим ошибку ε_k^t, мы получим следующую *транслогарифмическую гедоническую регрессионную модель:*

$$(26)\ \ln P_k^t = \beta_t + \alpha_0 + \Sigma_{n=1}^{N} \alpha_n \ln z_{nk}^t + (1/2)\, \Sigma_{i=1}^{N} \Sigma_{j=1}^{N} \alpha_{ij} \ln z_{ik}^t \ln z_{jk}^t + \varepsilon_k^t\ ;$$
$$\alpha_{ij} = \alpha_{ji}\ ;\ t = 1,\ldots,T\ ;\ k = 1,\ldots,K^t,$$

где $\beta_t \equiv \ln \rho_t$ для $t = 1,...,T$. Для определения всех параметров нам необходима нормализация β_t и α_0. Обычно мы принимаем $\beta_1 = 0$, что эквивалентно $a^1p^1 = 1$. Если мы хотим задать линейную однородность (или постоянный эффект масштаба) гедонической функции субполезности $f(z)$, мы сможем для этого принять $\sum_{n=1}^{N} \alpha_n = 1$ и задать ограничения $\sum_{j=1}^{N} \alpha_{ij} = 0$ для $i = 1,...,N$. Очевидно, транслогарифмическая модель (26) содержит двойную логарифмическую модель (18) в качестве частного случая[29].

36. Транслогарифмическая гедоническая модель (26) имеет два хороших свойства:

- Правая часть равенства (26) линейна при неизвестных параметрах, таким образом для оценки неизвестных параметров могут быть использованы методы линейной регрессии.

- Постоянный эффект масштаба может легко быть задан на транслогарифмической гедонической функции полезности $f(z)$ без нарушения гибкости функциональной формы.

37. Главный недостаток транслогарифмической гедонической модели заключается в том, что как и двойная логарифмическая модель она не может справиться с проблемой нулевых характеристик.

38. Для нашей второй гибкой формы рассмотрим следующее обобщение полулогарифмической гедонической функции полезности (19):

$$(27)\ \ln f(z_1,...,z_N) \equiv \alpha_0 + \sum_{n=1}^{N} \alpha_n z_n + (1/2) \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \alpha_{ij}\, z_i z_j,$$

где α_n и α_{ij} - неизвестные параметры, подлежащие оценке. Если мы возьмем логарифмы обеих частей равенства (14), используем (27) и добавим ошибку ε_k^t, мы получим следующую *полулогарифмическую квадратическую гедонистическую модель регрессии:*

$$(28)\ \ln P_k^t = \beta_t + \alpha_0 + \sum_{n=1}^{N} \alpha_n z_{nk}^t + (1/2) \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \alpha_{ij}\, z_{ik}^t z_{jk}^t + \varepsilon_k^t\ ; \qquad t = 1,...,T\ ;\ k = 1,...,K^t$$

где $\beta_t \equiv \ln \rho_t$ для $t = 1,...,T$. Вновь для определения всех параметров нам необходимо нормализовать β_t и α_0, например $\beta_1 = 0$, что эквивалентно $a^1p^1 = 1$.

39. Эта полулогарифмическая квадратическая модель имеет *недостаток* по сравнению с транслогарифмической моделью: по полулогарифмической квадратической гедонической функции $f(z)$ нельзя задавать постоянный эффект масштаба. Обе модели

имеют преимущество линейности при неизвестных параметрах. Однако полулогарифмическая квадратическая модель имеет *преимущество* по сравнению с транслогарифмической моделью: полулогарифмическая модель может оказаться пригодной в ситуациях, когда одна или более характеристик z_{nk}^t равны нулю, в то время как транслогарифмическая модель оказывается здесь непригодна. Это важное соображение, если в период выборки на рынке появляются новые свойства товара.

40. Для нашей третьей гибкой функциональной формы гедонической функции полезности f(z) рассмотрим следующую *обобщенную линейную функциональную форму*[30]:

$$(29)\ f(z_1,...,z_N) \equiv \alpha_0 + \sum_{n=1}^{N} \alpha_n (z_n)^{1/2} + (1/2) \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \alpha_{ij} (z_i)^{1/2} (z_j)^{1/2},$$

где α_n и α_{ij} - неизвестные параметры, подлежащие оценке. Отметьте, что (29) обобщает нашу прежнюю линейную функциональную форму (21)[31]. Подставив (29) в (14) и добавив ошибку ε_k^t, получим *следующую обобщенную линейную гедоническую модель регрессии:*

$$(30)\ P_k^t = \rho_t [\alpha_0 + \sum_{n=1}^{N} \alpha_n (z_{nk}^t)^{1/2} + (1/2) \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \alpha_{ij} (z_{ik}^t)^{1/2} (z_{jk}^t)^{1/2}] + \varepsilon_k^t;$$
$$t = 1,...,T\ ;\ k = 1,...,K^t.$$

41. Как обычно, для определения всех параметров нам потребуется нормализовать ρ_t, α_n и α_{ij}, например $\rho_1 = 0$, что эквивалентно $a^1p^1 = 1$. К сожалению, (30) - *модель нелинейной регрессии*, в то время как прежние транслогарифмические и полулогарифмические квадратические модели были *моделями линейной регрессии.* Постоянный эффект масштаба по обобщенной линейной гедонической функции можно задать, взяв α_n= 0 для n = 0,1,...,N. Модель (22) может также легко учитывать появление на рынке новых свойств товара.

42. Как и в случае функциональных форм, рассмотренных в разделе 3.1 выше, ни одна из трех гибких моделей гедонической регрессии, описанных в этом разделе, не доминирует в полной мере над остальными двумя моделями. Модели (26) и (28) имеют то преимущество, что это модели линейной регрессии, в то время как модель (30) нелинейна. Модель (26) не слишком хорошо учитывает появление новых свойств товаров в период выборки, в то время как (28) и (30) лишены этого недостатка. Модели (26) и (30) позволяют легко задавать постоянный эффект масштаба в свойствах товара, в то время как модель (28) не позволяет этого. Таким образом, каждая из трех моделей имеет два положительных свойства и одно отрицательное свойство.

Непараметрические функциональные формы

43. Можно решать проблему функциональной формы непараметрическим образом, используя *обобщенные методы фиктивной переменной*[32].

44. Предположим, что в имеющиеся на рынке периоды $t = 1,...,T$ модели обладают лишь двумя важными характеристиками. Предположим далее, что в тот же период имеется лишь I конфигураций первой характеристики и J конфигураций второй характеристики, причем I и J являются целыми числами больше единицы[33]. Предположим далее, что в период t у нас имеется K_{ij}^{t} наблюдений первой характеристики в группе i и второй характеристики в группе j. Обозначим k-е наблюдение в периоде t в этой i,j группе как $z_{ijk}^{t} = (z_{1ijk}^{t}, z_{2ijk}^{t})$. Для этой конфигурации характеристик определим соответствующую гедоническую полезность следующим образом:

$$(31)\ f(z_{ijk}^{t}) \equiv \alpha_{ij}\ ; \qquad t = 1,...,T\ ;\ i = 1,...,I\ ;\ j = 1,...,J\ ;\ k = 1,...,K_{ij}^{t}.$$

Пусть P_{ijk}^{t} обозначает цену периода t по наблюдению k, по которому модель имеет характеристики, согласно которым она была включена в i,j группу моделей. Подставив (31) в (14) и добавив ошибку ε_{ijk}^{t}, получим следующую *(нелинейную) обобщенную модель гедонической регрессии с фиктивной переменной:*

$$(32)\ P_{ijk}^{t} = \rho_t\alpha_{ij} + \varepsilon_{ijk}^{t}\ ; \qquad t = 1,...,T\ ;\ i = 1,...,I\ ;\ j = 1,...,J\ ;\ k = 1,...,K_{ij}^{t}.$$

Как обычно, не все параметры ρ_t для $t = 1,...,T$ и α_{ij} для $i = 1,...,I$ и $j = 1,...,J$ могут быть определены, и таким образом необходимо задать нормализацию параметров, например $\rho_1 = 1$.

45. Модель гедонической регрессии (32) нелинейна. Однако в этом случае мы можем вновь задать параметры нашей теоретической модели и таким образом получить модель линейной регрессии. Предположим, что мы возьмем логарифмы обеих частей уравнения (31). Тогда, определив логарифм α_{ij} как γ_{ij}, будем иметь:

$$(33)\ \ln f(z_{ijk}^{t}) \equiv \gamma_{ij}\ ; \qquad t = 1,...,T\ ;\ i = 1,...,I\ ;\ j = 1,...,J\ ;\ k = 1,...,K_{ij}^{t}.$$

Подставив (33) в (14) после взятия логарифмов обеих частей (14) и добавив ошибку ε_{ijk}^{t}, получим следующую *линейную обобщенную модель гедонической регрессии с фиктивной переменной*:

(34) $\ln P_{ijk}^{t} = \beta_t + \gamma_{ij} + \varepsilon_{ijk}^{t}$; $\quad t = 1,...,T ; i = 1,...,I ; j = 1,...,J ; k = 1,...,K_{ij}^{t}$,

где $\beta_t \equiv \ln\rho_t$ для $t = 1,...,T$. Как обычно, не все параметры β_t для $t = 1,...,T$ и γ_{ij} для $i = 1,...,I$ и $j = 1,...,J$ могут быть определены, таким образом необходимо задать нормализацию параметров, например $\beta_1 = 0$, что соответствует to $\rho_1 = 1$.

Какая из двух обобщенных моделей гедонической регрессии с фиктивной переменной "лучше" - (32) или (34)? Очевидно, они имеют абсолютно идентичное экономическое содержание, но, разумеется, вероятностные свойства обеих моделей различны. Следовательно, нам необходимо рассмотреть статистические свойства остаточных величин в двух моделях для определения того, какая из них лучше[34]. Однако, если не обращать внимание на остаточные величины, модель линейной регрессии (34) гораздо легче реализовать, чем нелинейную модель (32), в особенности для крупных массивов данных.

46. Линейные обобщенные модели гедонической регрессии с фиктивной переменной (32) и (34) имеют два главных преимущества по сравнению с традиционными моделями гибкой функциональной формы, описанными в разделе 3.3 выше:

- Модели с фиктивной переменной (32) и (34) полностью непараметрические и, таким образом, гораздо более гибкие, чем традиционные гибкие функциональные формы.

- Модели с фиктивной переменной могут легко описывать дискретные интервалы характеристик.

47. Однако гедоническая регрессия с фиктивной переменной имеет и некоторые недостатки:

- Может потребоваться оценить колоссальное количество параметров, прежде всего если имеется большое число отдельных характеристик.

- Если мы попытаемся уменьшить число параметров, взяв меньше интервалов классов для каждой характеристики, дисперсия оцененных нами коэффициентов возрастет.

- Разные исследователи выберут разное число классификационных ячеек, таким образом в разных гедонических спецификациях с фиктивной переменной, составленных разными гедоническими операторами, будут выбираться разные I и J, что приведет к потере реплецируемости моделей[35].

- Если j is оставить константой, то тогда коэффициенты α_{ij} и γ_{ij} должны возрасти (или по крайней мере не должны уменьшаться) по мере возрастания i с 1 до I[36]. Сходным образом, если i - константу, то тогда коэффициенты α_{ij} и γ_{ij}, должны возрастать (или по меньшей мере не уменьшаться) по мере возрастания j с 1 до J. Регрессионные модели (32) и (34) игнорируют эти ограничения, и их введение может быть сопряжено с трудностями[37].

48. Тем не менее я считаю, что эти обобщенные методы гедонической регрессии с фиксированной переменной представляются весьма перспективными. Вместе с другими непараметрическими моделями эти модели заслуживают серьезного внимания прикладных исследователей.

Гедоническая регрессия и традиционные методы корректировки на качество

49. Silver и Heravi (2001) показали, как традиционные методы сопоставляемых моделей применительно к корректировке на качество могут быть перетолкованы в контексте моделей гедонической регрессии. Triplett (2001) и Koskimäki и Vartia (2001; 9) также получили некоторые результаты подобного рода. В этом разделе мы рассмотрим два из результатов Триплетта.

50. Предположим, что уравнения гедонической регрессии (14) включают период t и мы хотим сопоставить качество модели 1 с качеством модели 2. Тогда видим, что из первых двух равенств в (14) вытекает, что полезность сорта 2 по отношению к сорту 1 выглядят как

(35) $f(z_2^t)/f(z_1^t) = [P_2^t/\rho_t]/[\ P_1^t/\rho_t] = P_2^t\ /\ P_1^t$;

т.е. полезность или действительная стоимость модели 2 для потребителя по отношению к полезности модели 1 - это всего лишь отношение цен $P_2^t\ /\ P_1^t$. Таким образом, в этом случае корректировка качества, выпадающая из гедонической регрессионной модели, эквивалентна "традиционному" методу корректировки по качеству, используемому статистическими учреждениями, который заключается в использовании *наблюдаемого отношения цен* на оба товара в тот же период как показателя относительного качества обоих товаров[38].

51. Во втором примере, показывающем, как традиционные методы корректировки по качеству, применяемые статистическими учреждениями, могут быть связаны с гедоническими регрессиями, Triplett (2001) показал, что в известных условиях обычный метод сопоставления моделей для расчета общего показателя изменений цен в одном

периоде по сравнению с предыдущим (с использованием средних геометрических) идентичен результатам, полученным с использованием моделей гедонической регрессии[39]. Теперь мы рассмотрим результат Триплетта в несколько более общем виде.

Напомним наши стандартные равенства моделей гедонической регрессии (14) выше. Предположим далее, что логарифм f(z) - линейная функция J неизвестных параметров $\alpha_1,...,\alpha_J$; т.е. мы имеем:

(36) $\ln f(z_k^t) \equiv \alpha_1 + \sum_{j=2}^J x_j(z_k^t)\, \alpha_j$; $\qquad t = 1,...,T$; $k = 1,...,K^t$,

где функции $x_j(z_k^t)$ известны. Отметим, что мы предположили, что $x_1(z_k^t) \equiv 1$; т.е. мы предположили, что функциональная форма логарифма функции f(z) содержит постоянный член. Теперь возьмем логарифмы обеих частей равенств (14), подставим (36) в эти логарифмированные равенства и добавим стохастические члены ε_k^t для получения следующей системы уравнений регрессии:

(37) $\ln P_k^t = \beta_t + \alpha_1 + \sum_{j=2}^J x_j(z_k^t)\, \alpha_j + \varepsilon_k^t$; $\qquad t = 1,...,T$; $k = 1,...,K^t$,

где, опять, мы определили $\beta_t \equiv \ln \rho_t$ для $t = 1,...,T$. Для определения всех параметров в (37) необходима нормализация. Мы выберем нормализацию $\rho_1 = 1$, что означает следующую нормализацию:

(38) $\beta_1 = 0$.

Используя матричное представление, мы сможем переписать равенство в (37) за период t как

(39) $y^t = 1^t\, \beta_t + X^t\, \alpha + \varepsilon^t$; $\qquad t = 1,...,T$,

где $y^t \equiv [\ln P_1^t,...,\ln P_{Kt}^t]'$ - вектор логарифмов цен моделей за период t (где $'$ обозначает транспонирование предыдущего вектора), β_t - скалярный параметр $\ln\rho_t$, 1^t - вектор-столбец, состоящий из K^t векторов, X^t - K^t по матрице J экзогенных переменных, $\alpha \equiv [\alpha_1,...,\alpha_J]'$ - вектор-столбец параметров, определяющих гедоническую функцию субполезности, и $\varepsilon^t \equiv [\varepsilon_1^t,...,\varepsilon_{Kt}^t]'$ - вектор-столбец возмущений периода t. Теперь перепишем систему уравнений (39) в сжатом виде как

(40) $y = W\gamma + \varepsilon$,

где $y' \equiv [y^{1'},...,y^{T'}]$, $\varepsilon' \equiv [\varepsilon^{1'},...,\varepsilon^{T'}]$, $\gamma' \equiv [\beta_2, \beta_3,..., \beta_T,\alpha_1,...,\alpha_J]$ и матрица W - несколько усложненная матрица, которая строится с использованием векторов-столбцов 1^t и K^t J матрицами X^t для $t = 1,...,T$[40].

Вектор оценок наименьших квадратов для компонентов γ выглядит как

(41) $\gamma^* \equiv (W'W)^{-1}W'y$.

Определим вектор остатков наименьших квадратов e:

(42) $e \equiv y - W\gamma^* = y - W(W'W)^{-1}W'y$.

Хорошо известно, что вектор остатков наименьших квадратов e ортогонален по отношению к столбцам W; т.е. мы имеем:

(43) $W'e = W'[y - W(W'W)^{-1}W'y] = W'y - W'y = 0_{T-1+J}'$,

где 0_{T-1+J} - вектор нулей размерности $T-1+J$. Теперь перемножим обе части $e \equiv y - W\gamma^*$, перенеся первые $T-1$ столбцов W. Используя (43), получаем следующее равенство:

(44) $0 = 1^{t\prime}y^t - 1^{t\prime}1^t\,\beta_t^* - 1^{t\prime}X^t\,\alpha^*$; $\qquad t = 2,3,...,T$,

где β_t^* - оценка наименьших квадратов для β_t и $\alpha^* \equiv [\alpha_1^*,...,\alpha_J^*]'$ - вектор оценки наименьших квадратов для $\alpha \equiv [\alpha_1,...,\alpha_J]'$. Теперь столбец T в W соответствует члену-константе α_1 и, следовательно, это вектор единиц. Перемножим обе стороны (42) на этот столбец и используем (43) и получим следующее равенство:

(45) $0 = \sum_{t=1}^{T} 1^{t\prime}y^t - \sum_{t=2}^{T} 1^{t\prime}1^t\,\beta_t^* - \sum_{t=1}^{T} 1^{t\prime}X^t\alpha^*$.

Подставим равенство (44) в (45), чтобы получить следующее уравнение:

(46) $1^{t\prime}y^1 = 1^{t\prime}X^1\alpha^*$.

Отметив, что $1^{t\prime}1^t = K^t$ (число цен моделей, собранных в период t), мы можем переписать равенство (44) в следующем виде:

(47) $\beta_t^* = (1/K^t)\sum_{k=1}^{Kt} y_k^{\,t} - (1/K^t)\,1^{t\prime}X^t\,\alpha^*$; $\qquad t = 2,3,...,T$.

52. Член β_t^*, определяемый правой частью (47), может получить любопытную интерпретацию как арифметическое среднее вектора логарифмических цен, скорректированных по качеству, за период t $y^t - X^t\alpha^*$. Однако использование (46) и (47) дает весьма любопытный результат, если мы предположим, что выборка цен моделей *сопоставляется* по всем периодам T (и, таким образом, в каждом периоде известны цены абсолютно одинаковых моделей). Если выборка увязана, тогда каждая матрица X^t абсолютно одинакова (и все K^t равны общему размеру выборки K). Если общая матрица X^t представляет собой матрицу X размерности K на T−1+J, тогда с использованием (46) и (47) получаем следующую формулу для β_t^*:

(48) $\beta_t^* = (1/K)\,\sum_{k=1}^{K} y_k^{\,t} - (1/K)\,\sum_{k=1}^{K} y_k^{\,1}$; t = 2,3,...,T.

Таким образом, в случае соотнесенной выборки, используя экспоненты β_t^* в качестве нашей оценки ρ_t и вспомнив, что $y_k^{\,t} \equiv \ln P_k^{\,t}$, получаем

(49) $\rho_t^* \equiv [\prod_{k=1}^{K} P_k^{\,t}]^{1/K} / [\prod_{k=1}^{K} P_k^{\,1}]^{1/K} = [\prod_{k=1}^{K} (P_k^{\,t}/P_k^{\,1})]^{1/K}$; t = 2,3,...,T;

т.е. метод гедонической регрессии в *случае сопоставляемых моделей дает абсолютно идентичный результат применительно ко всем показателям ценовых изменений за период 1 по t, как если бы мы взяли геометрическую среднюю индексов цен сопоставляемых моделей за два рассматриваемых периода.* Триплетт показал, что этот результат справедлив для случая T = 2 и исходя из того допущения, что f - двойная логарифмическая гедоническая функция полезности, описанная в разделе 3.1 выше.

53. Я полагаю, что доклад Silver и Heravi (2001) и справочник Triplett (2001) очень полезны, поскольку они совершенно прямо указывают на то, что традиционные методы сопоставляемых моделей применительно к корректировке по качеству могут быть весьма тесно увязаны с результатами метода гедонической регрессии. Такое соответствие между обоими методами должно помочь в известной степени "демистифицировать" гедонические методы. Кроме того, как подчеркивали Силвер и Херави и Триплетт, статистические преимущества использования метода гедонической регрессии по сравнению с методом сопоставляемых моделей возрастают по мере роста отсутствия сопоставления: т.е. гедонический метод использует всю информацию о моделях между двумя рассматриваемыми периодами, в то время как метод сопоставляемых моделей может по определению использовать только информацию о моделях, которые наличествуют на рынке в оба периода.

Гедоническая регрессия и использование весовых коэффициентов количества

54. Исследование гедонической регрессии Silver и Heravi (2001) достаточно уникально тем, что они не только имели данные о ценах и характеристиках стиральных машин, проданных в 1998 году в Соединенном Королевстве, но и располагали данными о продажах каждой модели. В этом разделе мы хотели бы затронуть следующий вопрос: как именно количественные данные должны использоваться в анализе гедонической регрессии?

55. Сначала мы рассмотрим очень простую модель, в которой в период t на рынке имеется только одна разновидность, однако у нас есть K наблюдений цен P_k^t, по этой модели в период t, вместе с соответствующим количеством, проданным по каждой из этих цен, q_k^t. При этих предположениях наши базисные уравнения гедонической регрессии (14) за период t получают следующий вид:

(50) $P_k^t = \rho_t f(z_k^t) = \rho_t$; $\qquad$ $k = 1,2,...,K,$

где мы можем принять $f(z_k^t) = 1$, поскольку все K сделок касаются абсолютно той же модели.

56. Взглянув на (50), мы видим, что ρ_t может быть интерпретировано как известного рода средняя K наблюденных цен сделок за t, P_k^t. *Относительная частота,* с которой цена P_k^t наблюдается на рынке в период t, может быть определена как:

(52) $\theta_k^t \equiv q_k^t / \sum_{i=1}^K q_i^t$.

Ожидаемая величина дискретного распределения цен за период t будет

(53) $\rho_t^* \equiv \sum_{k=1}^K \theta_k^t P_k^t = \sum_{k=1}^K q_k^t P_k^t / \sum_{i=1}^K q_k^t$ $\qquad$ с использованием (52).

57. Отметим, что последний член равенства (53) - *удельная стоимость.* Таким образом, количественные данные о продажах модели могут использоваться для формирования *репрезентативной средней цены* данной модели за определенный период, и эта репрезентативная цена представляет собой общую средневзвешенную цену продаж данной модели или удельную стоимость[41].

58. Как мы можем получить оценку удельной стоимости для репрезентативной цены ρ_t за период t с использованием гедонической регрессии? Это можно сделать, по крайней мере двумя способами.

59. Посмотрим на уравнение k в системе уравнений цен (50). Поскольку в период t по этой цене произведено q_k^t продаж, мы сможем повторить равенство $P_k^t = \rho_t$ несколько раз, точнее, q_k^t раз. Пусть 1_k будет вектор размерности q_k^t. Тогда, используя векторную систему обозначений, мы можем переписать систему уравнений (50), повторив каждую цену P_k^t то число раз, который в период t были совершены сделки по данной цене, следующим образом:

$$(54)\ 1_k P_k^t = 1_k \rho_t; \qquad k = 1,2,...,K.$$

60. Теперь добавим член ошибки в каждое уравнение в (54) и рассчитаем оценку наименьших квадратов для полученной в результате линейной регрессии. Оказывается, что эта оценка представляет собой оценку удельной стоимости ρ_t^*, определенную в (53).

61. Второй способ получения оценки удельной стоимости для репрезентативной цены ρ_t за период t с использованием гедонической регрессии - перемножить обе части уравнения k в (50) на квадратный корень количества проданных моделей k в период t, $(q_k^t)^{1/2}$, и затем добавить ошибку, ε_k^t. Мы получим следующую систему уравнений:

$$(55)\ (q_k^t)^{1/2} P_k^t = (q_k^t)^{1/2} \rho_t + \varepsilon_k^t; \qquad k = 1,2,...,K.$$

62. Отметим, что переменные левой части (55) известны. Теперь мы сможем рассматривать (55) как линейную регрессию с неизвестным параметром ρ_t, который подлежит оценке. Можно проверить, что оценка наименьших квадратов для ρ_t - оценка удельной стоимости ρ_t^*, определенная в (53)[42]. Таким образом, мы можем использовать гедоническую регрессию с взвешенными наименьшими квадратами как способ получения более репрезентативной средней цены модели за период t.

63. Сказанное выше, возможно, помогает объяснить почему Silver и Heravi (2001) использовали в своих регрессионных моделях взвешенные по продажам гедонические регрессии. Использование взвешенных по количеству регрессий уменьшает влияние нерепрезентативных цен[43] и должно привести к получению более точной оценки центральной тенденции распределения скорректированных по качеству цен моделей, т.е. использование весов количества должно привести к получению более точных оценок параметров ρ_t в уравнениях (14).

Точные гедонические индексы

64. Silver и Heravi (2001) предприняли большие усилия для оценки двух из определенных Feenstra (1995) границ точного гедонического индекса. В разделе 2 мы приняли несколько далеко идущих упрощающих допущений относительно структуры

потребительских предпочтений, допущений, которые в достаточной степени отличаются от принятых Феенстрой. В этом разделе мы изучим последствия наших допущений для построения точных гедонических индексов[44].

65. Вновь напомним наши базисные гедонические уравнения (14): $P_k{}^t = \rho_t f(z_k{}^t)$ для $t = 1,...,T$ и $k = 1,...,K^t$. Мы предполагаем, что цена $P_k{}^t$ - средняя цена всех моделей типа k, проданных в период t и принимаем $q_k{}^t$ за число проданных единиц модели k в период t. Напомним, что число моделей на рынке в период t составляло K^t.

66. В этом разделе мы будем предполагать, что в нашем периоде выборки во все периоды T на рынке имеется K моделей. Если конкретная модель k не продана ни в каком количестве в период t, мы будем предполагать, что и $P_k{}^t$, и $q_k{}^t$ равны нулю. С учетом этих допущений *общая стоимость потребительских покупок в период t* равняется:

(56) $\sum_{k=1}{}^K P_k{}^t q_k{}^t = \sum_{k=1}{}^K \rho_t f(z_k) q_k{}^t$; $\quad t = 1,...,T.$

67. Гедоническая функция субполезности f в нашей модели проделала всю трудную работу по превращению полезности, полученной от данной модели k в период t, в "стандартную" полезность $f(z_k)$, которая кардинально сопоставима между моделями. Тогда для каждой модели типа k мы всего лишь перемножим общее число проданных единиц в период t, $q_k{}^t$, для получения *общего рыночного количества гедонического товара за период t, скажем,* Q_t. Таким образом, мы будем иметь[45]:

(57) $Q_t \equiv \sum_{k=1}{}^K f(z_k) q_k{}^t$; $\quad t = 1,...,T.$

68. Соответствующая агрегатная цена гедонического товара - ρ_t. Тогда в нашей крайне упрощенной модели *агрегированные точные цена и количество* гедонического товара *за период t* - ρ_t и Q_t, определенные в (57), которые легко рассчитать, при условии, что мы оценили параметры гедонической регрессии (14), и при условии, что у нас есть данные о количествах, проданных в каждый период, $q_k{}^t$[46].

69. После того как определены ρ_t и Q_t для $t = 1,...,T$, теперь эти агрегированные оценки цены и количества гедонического товара могут быть совмещены с агрегированными ценами и количествами негедонических товаров с использованием теории нормальных индексов.

70. Мы заключаем этот раздел рассмотрением еще одного аспекта доклада Silver и Heravi: а именно, использование ими *суперлативных индексов сопоставляемых моделей* (учитывающих замещение на верхнем уровне). *Индекс цен сопоставляемых моделей*

гедонического товара между периодами t и t+1 строится следующим образом. Пусть I(t, t+1) - группа моделей k, которая продается как в период t, так и в период t+1. Тогда *ценовые индексы сопоставляемых моделей Ласпейреса и Пааше* с периода t по период t+1, P_L и P_P, соответственно, будут:

(58) $P_L^t \equiv [\sum_{k\in I(t,\, t+1)} P_k^{t+1}\, q_k^t]/[\sum_{k\in I(t,\, t+1)} P_k^t\, q_k^t]$;

(59) $P_P^t \equiv [\sum_{k\in I(t,\, t+1)} P_k^{t+1}\, q_k^{t+1}]/[\sum_{k\in I(t,\, t+1)} P_k^t\, q_k^{t+1}]$.

71. В описанных выше индексах сопоставляемых моделей мы сравниваем только модели, которые продавались в оба рассматриваемых периода. Таким образом, мы отбрасываем часть нашей ценовой информации (о ценах, которые присутствовали лишь в одном из обоих периодов). *Идеальный суперлативный индекс цен сопоставляемых моделей Фишера* с периода t по период t+1 будет $P_F^t \equiv [P_L^t P_P^t]^{1/2}$; т.е. квадратный корень произведения индекса сопоставляемых моделей Ласпейреса и Пааше. Теперь можно сравнить величину изменения цен по индексу сопоставляемых моделей Фишера с периода t по период t+1, P_F^t, с соответствующей величиной агрегированного изменения цен, который можно получить из нашей гедонической модели, ρ_{t+1}/ρ_t. Мы хотели бы надеяться, что эти показатели ценовых изменений будут достаточно сходными, в особенности если доля сопоставляемых моделей высока в каждом периоде (как в случае данных Силвера и Херави). Silver и Heravi (2001) привели такое сравнение для их гедонических моделей и пришли к выводу, что сопоставляемый индекс Фишера оказывается примерно на 2% ниже применительно к их данным о продажах стиральных машин в Соединенном Королевстве в 1998 году по сравнению с гедоническими моделями. Представляется вполне возможным, что такое относительно большое расхождение могло бы быть обусловлено тем обстоятельством, что гедонические функциональные формы Силвера и Херави могут дать лишь первое приближение к произвольным гедоническим предпочтениям, в то время как суперлативные индексы могут дать приближение второго порядка, и, следовательно, эффект замещения больше для суперлативных индексов цен сопоставляемых моделей[47].

72. Таким образом, возникает важное следствие из доклада Силвера и Херави: нет необходимости проводить гедоническое исследование, если

- детальные данные о ценах и проданном количестве каждой модели имеются и

- в двух идущих подряд периодах число новых и выбывающих моделей невелико и таким образом сопоставление может быть сделано по относительно широкому кругу моделей.

73. Теперь мы переходим к нашей последней теме: обсуждение дополнительных проблем, возникающих в том случае, если мы ослабим допущение о том, что гедоническая функция субполезности f(z) инвариантна по времени.

Изменение вкусов и гедоническая функция полезности

74. Несколько экономистов считают, что имеются веские причины, по которым гедоническая функция полезности f(z), представленная в разделе 2 выше, может зависеть от времени t[48]. В этом разделе мы рассмотрим, какие изменения необходимо внести в нашу базисную гедоническую модель, изложенную в разделе 2, если мы заменим нашу инвариантную по времени гедоническую функцию полезности f(z) функцией, зависящей от времени, например, $f^t(z)$[49].

75. Если мы заменим нашу старую функцию f(z) в разделе 2 на $f^t(z)$ и примем те же прочие допущения, которые мы приняли тогда же, мы обнаружим, что вместо наших старых равенств (14) у нас появились следующие уравнения:

$$(60)\ P_k^{\,t} = \rho_t\, f^t(z_k^{\,t})\ ; \qquad t = 1,\ldots,T\ ;\ k = 1,\ldots,K^t.$$

76. Пока что не появилось существенных изменений по сравнению с нашей прежней моделью в разделе 2, в которой была взята инвариантная по времени гедоническая функция субполезности f(z), за исключением того, что наша новая функция субполезности $f^t(z)$ будет, естественно, содержать некоторые зависящие от времени параметры. Однако есть еще одно существенное изменение, которое связано с нашей новой моделью (60). Напомним, что в инвариантных по времени моделях, рассмотренных в разделе 3, мы требовали только *одну* нормализацию параметров, например $\rho_1 = 1$. В нашей новой зависящей от времени системе нам потребуется нормализация параметров в (60) за каждый период: таким образом, для определения параметров ρ_t и α, которые характеризуют $f^t(z)$, *теперь нам нужно T нормализаций параметров вместо одной*.

77. Самый простой способ произвести необходимые нормализации - принять ту гипотезу, что полезность по *справочной модели* с характеристиками $z^* \equiv (z_1^{\,*},\ldots,z_N^{\,*})$ дает потребителю *ту же полезность за все периоды выборки.* Если мы примем такой уровень справочной полезности равным единице, то тогда эта гипотеза даст следующие ограничения параметров $f^t(z)$:

$$(61)\ f^t(z^*) = 1\ ; \qquad t = 1,\ldots,T.$$

Теперь равенства (60) и (61) становятся нашей базисной системой уравнений гедонической регрессии, заменяющей нашу прежнюю систему (14) плюс нормализацию $\rho_1 = 1$[50].

78. Как нам следует выбрать функциональную форму для $f^t(z)$? Очевидно, для этого есть много возможностей. Однако самая простая возможность (кстати, выбранная Силвером и Херави) заключается в том, чтобы допустить, чтобы параметры α_n, которые мы определили для различных функциональных форм в разделе 3 выше, зависели от t, т.е. α_n, определенные в разделе 3 заменяются α_n^t и каждая система параметров периода t оценивается путем гедонической регрессии, использующей *только* цену и характеристики данных за период t[51]. Мы оставляем для читателя детали, связанные с преобразованием наших старых уравнений в разделе 3 путем замены α_n на α_n^t и введения нормализации (61) вместо нашей прежней нормализации $\rho_1 = 1$.

79. Пока проблем не возникло. Похоже, что мы существенным образом обобщили нашу прежнюю "статическую" гедоническую модель практически без каких-либо издержек. Однако здесь имеется скрытая трудность. Наша новая система уравнений регрессии, (60) и (61), в целом *не инвариантна по выбору справочной модели с вектором характеристик z^**. Если мы выберем иную справочную модель с вектором характеристик $z^{**} \neq z^*$ и заменим нормализации (61) на

(62) $f^t(z^{**}) = 1$; $\qquad\qquad t = 1,...,T,$

тогда новые оценки агрегированных цен гедонических товаров ρ_t изменятся. Таким образом, издержки допущения зависящей от времени гедонической функции полезности *заключаются в отсутствии инвариантности* в относительных ценах агрегированного гедонического товара за период времени по нашим нормализациям функции полезности (61) или (62).

80. Такое отсутствие инвариантности оцененных нами ρ_t не должно быть проблемой для статистических учреждений при условии, что мы можем договориться о "разумном" выборе справочной модели, характеризующейся вектором характеристик z^*, поскольку важный фактор для статистического учреждения заключается в получении "разумных" и воспроизводимых оценок агрегированных цен гедонических товаров. Основывающееся на кратком разборе этой проблемы в Silver (1999b; 47) предварительное предложение заключается в том, чтобы взять z^* в качестве средневзвешенного вектора характеристик моделей, появившихся за период выборки:

(63) $z^* \equiv \sum_{k=1}^{K} \sum_{t=1}^{T} q_k^t z_k / \sum_{k=1}^{K} \sum_{t=1}^{T} q_k^t$,

где мы возвратились к системе обозначений, использованных в разделе 6; таким образом, K - общее число различных моделей, проданных на рынке за все периоды T в нашей выборке, и q_k^t - число моделей, имеющих вектор характеристик z_k, проданных в период t[52].

81. Таким образом, после того как мы выбрали функциональные формы для $f^t(z)$ и добавили к (60) стохастические члены, равенства (60), (61) и определение (63) полностью задают нашу новую систему гедонической регрессии. Разумеется, мы по-прежнему рекомендуем, чтобы по причинам, изложенным в разделе 5 выше, при эконометрической оценке использовались весовые коэффициенты количества (если они имеются); напомним об уравнениях (55) выше.

82. Но если число периодов в нашем примере T велико, тогда имеется та опасность, что общий вектор характеристик z^*, определенный (63), может не быть достаточно репрезентативным для любого из двух последовательных периодов. Таким образом, здесь мы предлагаем другой метод нормализации или обеспечения сопоставимости зависящих от времени гедонических функций полезности $f^t(z)$, который позволит решить такую проблему недостаточной репрезентативности.

Для каждого периода времени t примем z^{t*}, взвешенный по продажам средний вектор характеристик моделей, появившихся в период t:

(64) $z^{t*} \equiv \sum_{k=1}^{K} q_k^t z_k / \sum_{k=1}^{K} q_k^t$; $t = 1,...,T$.

Напомним наши базисные уравнения гедонической регрессии (60), $P_k^t = \rho_t f^t(z_k^t)$. Теперь произведем следующие нормализации:

(65) $\rho_t = 1$; $t = 1,...,T$.

Предположив, что параметры гедонических функций полезности $f^t(z)$ за период t были оценены, теперь мы сможем определить, соответственно, следующие гедонические индексы цен Ласпейреса, Пааше[53] и Фишера за период с t по t+1:

(66) $P_L^{t,t+1} \equiv f^{t+1}(z^{t*})/f^t(z^{t*})$; $t = 1,...,T-1$;

(67) $P_P^{t,t+1} \equiv f^{t+1}(z^{t+1*})/f^t(z^{t+1*})$; $t = 1,...,T-1$;

(68) $P_F^{t,t+1} \equiv [P_L^{t,t+1} P_P^{t,t+1}]^{1/2}$; $t = 1,...,T-1$.

83. Мы предпочитаем гедонический индекс цен типа индекса Фишера. Как можно видеть, индексы Ласпейреса и Пааше, заданные (66) и (67), могут быть весьма тесно связаны с верхними и нижними граничными индексами Феенстры по этому истинному

индексу (и такая суперлативная точная гедоническая методология используется Silver и Heravi (2001)) в зависимости от функциональной формы, выбранной для f^t.

84. После оценки параметров, характеризующих зависящие от времени гедонические функции полезности $f^t(z)$, а также связанных с ними агрегированных цен гедонических товаров за период t ρ_t[54], теперь мы сможем определить совокупный спрос на гедонический товар в период t[55]:

(69) $Q_t \equiv \sum_{k=1}^{K} f^t(z_k)q_k^{\,t}$; $\quad t = 1,...,T.$

85. Описанная выше модель - предлагаемый нами *прямой метод* формирования точных агрегированных цен и количеств за период t, ρ_t и Q_t, по данному гедоническому товару.

86. Результаты гедонической регрессии можно использовать другим более *косвенным* образом, вместе с теорией нормальных индексов, в целях построения соответствующих индексов цен и физического объема для гедонического товара[56]. Напомним равенства (58) и (59) в предыдущем разделе, где определены ценовые индексы Ласпейреса и Пааше по сопоставляемым моделям применительно к гедоническим моделям за период с t по t+1. Проблема с этими индексами заключается в том, что при этом отбрасывается информация по моделям, которые продаются только в одном из двух рассматриваемых периодов. Один из способов использования такой оставленной информации - использование гедонической регрессии в целях *условного исчисления* отсутствующих цен[57].

87. Предположим, что модель k либо отсутствовала, либо не продавалась в период t (а значит $q_k^{\,t} = 0$), однако она продавалась в период t+1 (и, таким образом, $P_k^{\,t+1}$ и $q_k^{\,t+1}$ положительны). Проблема здесь в том, что у нас нет цены $P_k^{\,t}$ этой модели в период t, когда она не продавалась. Однако за период t+1 наше уравнение гедонической регрессии по этой модели представляет собой следующее равенство (опуская член ошибки):
(70) $P_k^{\,t+1} = \rho_{t+1}f^{t+1}(z_k)$.

88. Теперь мы можем использовать оцененную гедоническую функцию полезности f^{t+1} за период t+1 и оцененную совокупную цену гедонического товара за период t, ρ_t, чтобы определить *условно исчисленную цену модели k в период t* следующим образом:

(71) $P_k^{\,t*} \equiv \rho_t f^{t+1}(z_k)$
$\quad = \rho_t\,[P_k^{\,t+1}/\rho_{t+1}]$ $\quad$ используя (70)
$\quad = [\rho_t\,/\rho_{t+1}]\,P_k^{\,t+1}$.

89. Итак, условно исчисленная цена модели k в период t, P_k^{t*}, равна зарегистрированной цене модели k в период t+1, P_k^{t+1}, умноженной на обратную оцененных темпов общего изменения цен гедонического товара за период с t по t+1, $[\rho_t /\rho_{t+1}]$.

90. Теперь предположим, что модель k продавалась в период t (и таким образом, P_k^t и q_k^t положительны), но модель k либо исчезла, либо не продавалась в период t+1 (т.е. $q_k^{t+1} = 0$). Проблема заключается в том, что у нас нет цены P_k^{t+1} для этой модели в период t+1, когда она не продавалась. Однако за период t наше равенство гедонической регрессии по модели k представляет собой следующее уравнение (опуская ошибку):

(72) $P_k^t = \rho_t f^t(z_k)$.

91. Теперь мы можем использовать оцененную гедоническую функцию полезности f^t за период t и оцененную совокупную цену гедонического товара за период t+1, ρ_{t+1}, чтобы определить *условно исчисленную цену модели k в период t+1* следующим образом:

(73) $P_k^{t+1*} \equiv \rho_{t+1} f^t(z_k)$
$= \rho_{t+1} [P_k^t/\rho_t]$ используя (72)
$= [\rho_{t+1} /\rho_t] P_k^t$.

92. Тем самым условно исчисленная цена модели k в период t+1, P_k^{t+1*} равна зарегистрированной цене модели k в период t, P_k^t, умноженной на оцененные темпы общих изменений цены гедонического товара за период с t по t+1, $[\rho_{t+1} /\rho_t]$[58].

93. Теперь мы можем использовать условно исчисленные цены, определенные (71) и (73), в целях получения информации о ценах и физическом объеме по *всем* моделям, присутствовавшим в одном или обоих периодах t и t+1 и, следовательно, мы можем рассчитать следующие *полностью увязанные индексы цен Ласпейреса и Пааше*:

(74) $P_L^t \equiv [\sum_{k=1}^K P_k^{t+1} q_k^t]/[\sum_{k=1}^K P_k^t q_k^t]$;
(75) $P_P^t \equiv [\sum_{k=1}^K P_k^{t+1} q_k^{t+1}]/[\sum_{k=1}^K P_k^t q_k^{t+1}]$,

где мы используем условно исчисленную цену P_k^{t*}, определенную (71), вместо отсутствующей P_k^t, если $q_k^t = 0$, но q_k^{t+1} положительно, и мы используем условно исчисленную цену P_k^{t+1*}, определенную (73), вместо отсутствующей $P_k^{t+`}$, если $q_k^{t+1} = 0$, но q_k^t положительно[59]. Сравнив наши новые индексы цен Ласпейреса и Пааше, определенные (74) и (75), с нашими прежними индексами цен сопоставляемых моделей

Ласпейреса и Пааше, определенными (58) и (59), можно видеть, что наши новые индексы не отбрасывают какой-либо содержательной информации о ценах и физическом объеме и, следовательно, как можно надеяться, в известном смысле более "точны".

Заключение

94. Из доклада Silver и Heravi (2001) и его обсуждения в этом документе можно сделать ряд предварительных выводов:

- Традиционные методы построения суперлативных индексов, агрегирующие данные по моделям на основе сопоставляемых моделей, могут дать примерно тот же ответ, что и гедонический метод, при условии, что массив сопоставления сравнительно велик.

- Линейные гедонические регрессии трудно оправдать по теоретическим основаниям (по крайней мере на основе крайне упрощенного метода гедонической регрессии), и, следовательно, их следует по возможности избегать.

- Если по данным за каждый период строить ничем не ограниченную гедоническую регрессию, то следует внимательно отнестись к выбору справочной модели, позволяющей нам сравнивать полезность гедонического товара по разным периодам времени. В частности, оценки агрегированных изменений цен гедонического товара в целом не будут инвариантны по выбору справочной модели.

- В гедонических регрессионных моделях настоятельно рекомендуется по возможности использовать веса физического объема.

- При некоторых условиях, если модели сопоставляются в каждом периоде, то метод гедонической регрессии даст точно такой же ответ, что и традиционный метод, которым статистические учреждения подсчитывают элементарный индекс.

- Мы не достигли единства мнений относительно того, какой именно должна быть "лучшая" спецификация гедонической регрессии, однако при обсуждении этой проблемы, вероятно, должны присутствовать соображения, касающиеся гибкой функциональной формы.

ПРИМЕЧАНИЯ

[1] Этим единственным исключением был индекс удельной стоимости, представлявший собой среднюю цену по всем стиральным машинам без корректировки на изменение ассортимента машин. Не скорректированный по качеству индекс показал сокращение на лишь один процент за год. Особенно любопытно то, что точный гедонический метод Feensta (1995) дал во многом такие же ответы, что и другие методы.

[2] Разбор анализов сканерных данных на тот момент времени см. Diewert (1998).

[3] Если эта гипотеза справедлива, другие модели должны демонстрировать тенденцию положительных остатков гедонических регрессий. Berndt, Griliches and Rappaport (1995; 264), Kokoski, Moulton и Zieschang (1999; 155) и Koskimäki и Vartia (2001; 4) обнаруживают свидетельства, подтверждающие такую гипотезу для, соответственно, настольных компьютеров, свежих овощей и ЭВМ.

[4] Кроме того, когда модель исчезает, обычно статистическое учреждение просит своих сборщиков данных о ценах найти модель - наиболее близкий заместитель устаревшей модели, что означает, что самый близкий аналог также приближается к устареванию.

[5] Эти модели должны иметь отрицательные остатки на начало периода выборки в гедонической регрессии.

[6] Этот момент отмечают Berndt и Rappaport (2001). Однако любопытно то, что как Silver и Heravi, так и Berndt, Griliches и Rappaport (1995) находят, что такая систематическая ошибка взвешивания относительно невелика в их анализах по стиральным машинам и компьютерам, где они сравнивали суперлативные индексы сопоставляемых моделей с результатами невзвешенных гедонических регрессий по результатам. Berndt, Griliches и Rappaport (1995) такая систематическая ошибка взвешивания по компьютерам составляет порядка 0,7 процентного пункта в год.

[7] Я должен отметить, что многие из методологических вопросов подробнее рассматриваются в другом докладе, посвященном продажам в Соединенном Королевстве телевизоров, а не стиральных машин; см. Silver (1999b).

8 Я следую примеру Muellbauer (1974; 977), где он говорит, что его "метод односторонен, в чем мы не стесняемся признаться: рассматривается только сторона спроса. ...Поэтому его объект несколько отличается от объекта недавней статьи Шервина Розена. Проблемы на стороны предложения и одновременности, которые могут возникать, оставляются в стороне".

9 Мы использовали систему обозначений Розена, которая несколько отличается от обозначений, принятых Силвером и Херави.

10 Мы не предполагаем, что на рынке имеются все возможные модели. Наоборот, мы считаем, что в каждый период имеется лишь ограниченное число моделей. Вместе с тем мы все же предполагаем, что потребитель имеет предпочтение в отношении всех возможных моделей, где каждая модель индексируется ее вектором характеристик $z = (z_1,...,z_N)$. Таким образом, каждый потребитель предпочтет потенциальную модель с вектором характеристик $z^1 = (z_1{}^1,...,z_N{}^1)$ любой другой потенциальной модели с вектором характеристик $z^2 = (z_1{}^2,...,z_N{}^2)$, если и только если $f(z^1) > f(z^2)$.

11 Если в период t кривая безразличия пересекает обе оси, тогда $g^t(u^t,Z)$ будет определена лишь для интервала неотрицательных Z до верхней границы.

12 Если потребитель покупает, например, по цене P две единицы моделей, имеющих характеристики по $z_1,...,z_N$, тогда мы сможем смоделировать эту ситуацию, введя искусственную модель, которая продается по цене 2P и имеет характеристики $2z_1,...,2z_N$. Таким образом, гедоническая поверхность $Z = f(z)$ состоит только из наиболее эффективных моделей, включая искусственные модели.

13 Мы не предполагаем, что $f(z)$ - квазивогнутая или вогнутая функция z. В обычной теории потребительского спроса $f(z)$ может предполагаться квазивогнутой без потери генерализации, поскольку линейные бюджетные ограничения и допущения о совершенной делимости будут предполагать, что "эффективные" кривые безразличия заключают вогнутые системы. Однако, как отмечает Rosen (1974; 37-38), в случае гедонических товаров различные характеристики не могут быть разъединены. Более того, совершенная делимость не может быть предположена и не все возможные комбинации характеристик будут присутствовать на рынке. Таким образом, обычные предположения, принятые в "нормальной" теории потребительского спроса, в гедоническом контексте не удовлетворяются. Следует также отметить, что, хотя мы приняли допущение плавности для макрофункций $g^t(u,Z)$ (наличие частичной производной $\partial g^t(u,Z)/\partial Z$), мы не вводим каких-либо ограничений плавности для гедонической функции субполезности $f(z)$.

14 Допущение одинаковости весьма сильное и требует некоторого обоснования. Это допущение полностью аналогично допущению о том, что потребители имеют одинаковые гомотетичные предпочтения по, скажем, продуктам питания. Хотя это допущение неоправданно для некоторых целей, для цели построения индекса цен на продукты питания оно достаточно, поскольку нам интересно прежде всего уловить эффекты замещения в агрегированной цене продуктов питания ввиду изменчивости относительных цен на продовольственные компоненты. Подобным образом нам интересно определить, как средний потребитель оценивает большее быстродействие компьютера по отношению к большей памяти: т.е. интересен в первую очередь гедонический эффект замещения.

15 Нам не нужна глобальная линейная кривая безразличия: нам нужна лишь локальная кривая в определенном интервале покупок. В противном случае мы можем считать, что линейная кривая безразличия дает приближение первого порядка к нелинейной кривой безразличия.

16 Сопоставив (12) с (10), можно видеть, что упрощающие допущения (11) позволили нам избавиться от членов $\partial g^t(u_i^t, f(z_k^t))/\partial Z$, которые зависят от кривых безразличия индивидуальных потребителей между гедоническим товаром и другими товарами. Если бы у нас были данные по отдельным домохозяйствам о потреблении гедонических и других товаров, тогда мы могли бы использовать обычные методы потребительского спроса в целях оценки параметров, характеризующих эти кривые безразличия.

17 Мы перешли от подстрочных к надстрочным индексам с учетом общепринятых обозначений параметров регрессионных моделей; т.е. в следующем далее изложении константы ρ_t будут параметрами регрессии. Отметьте также, что ρ_t - произведение цены "других" товаров ρ_t на параметр углового коэффициента a^t за период t. Нам необходимо предусмотреть возможность изменения этого параметра угла наклона по времени, чтобы получить возможность моделировать спрос на высокотехнологичные гедонические товары, цена которых падает по отношению к "другим" товарам; т.е. мы предполагаем, что a^t уменьшается по времени для высокотехнологичных товаров.

18 Наша базисная модель в окончательном виде выглядит очень похожей на гедонические подели Muellbauer (1974; 988-989); см. в частности, его уравнение (32).

19 Описанную выше теорию можно переработать, дав ей интерпретацию теории производства. Эквивалентом проблемы минимизации расхода (3) теперь будет следующая проблема максимизации прибыли: $\max_{X,Z} \{P^t Z - w^t X : X = g^t(k^t, Z)\}$, где Z - гедонический выпуск и P^t - цена единицы гедонического выпуска в период t, w^t - цена переменного вводимого ресурса в период t и X - его использованное количество, k^t - количество фиксированного фактора производства в период t (например капитала) и

g^t - функция потребностей фирмы в факторах производства. Предположив, что $Z = f(z)$, мы в итоге получим следующий эквивалент теории производства для (10): $P_k^t = f(z_k^t)\partial g^t(k^t,f(z_k^t))/\partial Z$. Эквивалентом допущения (11) является для фирмы i, $g_i^t(k_i^t,Z) \equiv a^tZ - b_i^tk_i^t$ и эквивалентом (12) становится $P_k^t = w^ta^tf(z_k^t)$. Однако допущение модели теории производства не столь правдоподобны как соответствующие допущения модели теории потребления. В частности, не слишком вероятно, что каждый производитель будет иметь ту же агрегированную цену единицы переменного вводимого ресурса w^t периода t и не слишком вероятно, что каждая фирма, производящая для гедонического рынка, будет иметь тот же технологический параметр a^t. Однако ключевое предположение, которое не будет в общем случае удовлетворяться в контексте производства - то, что каждый *производитель способен производить весь ассортимент гедонических моделей*, в то время как в контексте потребителей вполне допустимо, что каждый потребитель имеет возможность приобретения и потребления каждой модели.

20 Определим с как $(p^t) \equiv \min_x \{p^t \bullet x : h(x) = 1\}$, где $p^t \bullet x$ обозначает внутреннее произведение векторов p^t и x.

21 Наше изложение во многом основывается на Triplett (2001) и Berndt (1991; Chapter 4).

22 О первых случаях использования таких функциональных форм см. Berndt (1991; Chapter 4).

23 Для некоторых целей удобно, чтобы гедоническая функция полезности по своему типу была похожа на функцию полезности, которая предполагается в теории индексов, где обычно предполагается, что функция полезности однородна в первой степени, возрастает и вогнута. Например, если мы хотим использовать гедоническую систему модели *связанных закупок* (т.е. два товара продаются вместе по одной цене), тогда гедоническая функция полезности становится обычной функцией полезности, $f(z_1,z_2)$, где z_1 и z_2 - количество двух товаров, продаваемых вместе. В этой ситуации может быть разумным предположить, что f однородна в первой степени, и в этом случае цена набора, состоящего из единицы z_1 и z_2 двух товаров - $c(p_1,p_2)f(z_1,z_2)$, где $c(p_1,p_2) \equiv \min_{z\text{'s}} \{p_1z_1 + p_2z_2 : f(z_1,z_2) = 1\}$ функция удельной стоимости, которая дуальна функции полезности f. Имеется много других применений, в которых было бы полезно, чтобы f могла быть линейно однородной функцией.

[24] Pakes (2001) утверждает, что нам не следует ожидать того, что оценки гедонической регрессии будут удовлетворять ограничения монотонности, основанные на стратегическом поведении фирм при производстве ими новых моделей. Однако по соображениям достоверности статистические учреждения, вероятно, захотят ввести ограничения монотонности.

[25] Примеры гибких функциональных форм см. Diewert (1974; 127-133) (1993; 158-164).

[26] Исключение, не согласующееся с этим тезисом, описано в недавнем докладе Yu (2001). Во многих отношениях ход его рассуждений сходен с нашим и в некоторых отношениях имеет более общий характер.

[27] Ситуация в нормальной теории потребительского спроса может быть более благоприятной для точной оценки гибких функциональных форм, поскольку мы будем иметь целую *систему* уравнений оценки в нормальном контексте. Так, если имеется N товаров и наблюдений цен и физического объема для периодов T по H домохозяйствам, у нас будет $H(N-1)T$ степеней свободы для использования в обычном системном подходе к оценке потребительских предпочтений. В системе гедонической регрессии будем иметь $K^1+K^2+...+K^T$ или, грубо, KT степеней свободы, где K - среднее число моделей в каждый период.

[28] См. Christensen, Jorgenson и Lau (1975).

[29] В свете изложения в разделе 2 выше, транслогарифм f(z) не должен удовлетворять любым условиям кривизны.

[30] См. Diewert (1971).

[31] Пусть α_n и α_{ij} для $i \neq j$ в каждом случае равны 0 в (29) и тогда мы получим (21).

[32] Материал, который мы хотим представить в этом разделе, по сути равнозначен тому, что статистики называют анализом дисперсионной модели (двусторонняя схема с членами взаимодействия); см. главу 4 в Scheffé (1959).

[33] В ином случае мы *группируем* наблюдения, с тем чтобы все модели, имеющие физический объем z_1 первой характеристики между 0 и z_1^*, находились в группе 1, все модели, имеющие физический объем z_1 первой характеристики между z_1^* и z_2^*, находились в группе 2,..., и все модели, имеющие физический объем z_1 первой

характеристики между z_{I-1}^* и z_I^*, находились в группе I. Мы производим аналогичную группировку моделей по второй характеристике. Таким образом, любая модель k в каждый период попадает в одну из дискретных групп моделей IJ.

34 С выбором между (32) и (34) связано еще одно соображение. Параметры, которые нам интереснее всего - ρ_t, а не их логарифмы, β_t. Однако, как отметил Berndt (1991; 127), "объяснение вариаций натурального логарифма цены - не то же самое, что объяснение вариаций в цене". Таким образом, Silver и Heravi (2001) и Triplett (2001) отмечает, что антилогарифм оценки наименьших квадратов для β_t не будет несмещенной оценкой ρ_t, и они цитируют Goldberger (1968), где предлагается метод устранения такого смещения. Эту же проблему рассматривают и Koskimäki и Vartia (2001; 15). Эти соображения, видимо, заставляют выбрать скорее (32), а не (34).

35 Вопрос воспроизводимости очень важен для статистических учреждений.

36 Мы следуем обычной условности, согласно которой индивидуальные характеристики определяются таким образом, что большее количество какой-либо характеристики даст большую полезность для потребителя.

37 Отметьте, что имеются сопоставимые ограничения монотонности, которые также должны удовлетворяться непрерывными гедоническими моделями, перечисленными в разделах 3.1 и 3.3, и будет трудно ввести эти условия и для этих моделей.

38 В этих рассуждениях мы игнорируем остаточные члены гедонических регрессий.

39 Koskimäki и Vartia (2001; 9) сообщают о сходном более общем результате, который весьма похож на результат, полученный нами ниже.

40 Отметим, что мы использовали нормализацию (38) в целях устранения параметра β_1 из вектора параметров γ.

41 Возможны другие способы взвешивания цен P_k^t. Например, мы могли бы использовать долю расходов во всех моделях, проданных по цене P_k^t за период, равный $s_k^t \equiv P_k^t q_k^t / \sum_{i=1}^K P_i^t q_i^t$ for k = 1,...,K в качестве весового коэффициента для P_k^t. Представительная средняя цена периода t с использованием этих весов будет $\rho_t^{**} \equiv \sum_{k=1}^K s_k^t P_k^t$. Отметим, что, если мы разделим эту цену на стоимость сделок периода t, $\sum_{i=1}^K P_i^t q_i^t$, мы получим соответствующую оценку физического объема $[\sum_{i=1}^K P_i^t q_i^t]^2 / \sum_{k=1}^K [P_k^t]^2 q_k^t$, которую непросто интерпретировать. С другой стороны, если мы разделим оценку удельной стоимости агрегированной цены периода t, ρ_t^*, определенную (53), на стоимость

операций периода t $\sum_{i=1}^{K} P_i^t q_i^t$, мы получим простую сумму физических объемов по операциям, совершенным в период t, $\sum_{k=1}^{K} q_k^t$, в качестве соответствующей оценки физического объема. Использование удельных величин для агрегирования по операциям, относящимся к однородному товару, за данный период для получения единой представительной цены и физического объема для рассматриваемого периода было предложено Walsh (1901; 96) (1921; 88), Davies (1924; 187) и Diewert (1995; 20-24).

[42] Berndt (1991; 127) предлагает сходный эконометрический аргумент, оправдывающий использование модели взвешенных наименьших квадратов (54) в плане модели, связанной с гетероскедастическими дисперсиями нетрансформированной модели.

[43] Много лет назад это замечание сделал Griliches (1961) (1971; 5).

[44] Наши допущения также весьма отличны от сделанных Fixler и Zieschang (1992), которые использовали еще один метод построения точных гедонических индексов.

[45] Это эквивалент индекса физического объема, определенного Muellbauer (1974; 988) в одной из своих гедонических моделей; см. его равенство (30). Разумеется, использование ρ_t в качестве цены для агрегированного физического объема гедонического товара, определенного (57), может быть оправдано ссылкой на теорему агрегирования Hicks (1946; 312-313), поскольку цены модели $P_k^t = \rho_t f(z_k)$ в каждом случае имеют один коэффициент пропорциональности, ρ_t.

[46] Если у нас есть данные для q_k^t, тогда лучше всего построить взвешенные регрессии продаж по схеме, изложенной в предыдущем разделе. Если у нас нет полных конъюнктурных данных по продажам отдельных моделей, но у нас есть данные о совокупных продажах в каждый период, тогда мы можем построить модель гедонической регрессии (14) с использованием выборки цен моделей и затем разделить продажи периода t на наш оцененный коэффициент ρ_t в целях получения оценки Q_t.

[47] В пользу такого толкования говорит тот факт, что индекс сопоставляемых моделей Ласпейреса примерно тот же, что и гедонические индексы, рассчитанные Силвером и Херави. Однако здесь присутствуют и другие факторы и это "объяснение" вполне может быть неполным.

48 Точнее, Silver (1999a) и Pakes (2001) излагают весьма убедительные аргументы (основанные на теории промышленной организации) о том, что коэффициенты гедонической регрессии, полученные с использованием данных периода t, должны зависеть от t. Griliches (1961) также доказывал, что коэффициенты гедонической регрессии вряд ли будут постоянными в разные периоды.

49 Прежде чем мы перейдем к нашему общему обсуждению зависящих от времени функций гедонического агрегатора $f^t(z)$, отметим простой метод, первоначально разработанный Court (1939) и Griliches (1961), допускающий то, чтобы зависимость от времени не требовала новой методологии: достаточно использовать прежнюю, независящую от времени методику, ограничив, однако, регрессию двумя примыкающими периодами. Это даст нам показатель общего изменения цен на гедонический товар, например с периода t по период t+1. Затем строим другую гедоническую регрессию с использованием только данных за период t+1 и t+2, что даст нам показатель изменения цен с периода t+1 по t+2. И т.п.

50 Если мы определим условно исчисленную цену справочной модели в период t как P^{t*}, с использованием (60) и (61), можно видеть, что $P^{t*} = \rho_t$ for t = 1,...,T. Однако на практике, когда неограниченные гедонические регрессии периода t строятся изолированно, исследователи опускают фиктивную переменную времени и просто строят регрессию, например $P_k{}^t$ on ln $f^t(z_k{}^t)$, где переменные в правой части регрессии имеют постоянный член. После этого исследователь оценивает агрегированную цену гедонического товара периода t как $\rho^{t*} \equiv f^t(z^*)$, где z^* - выбранный для удобства вектор справочных характеристик. Эта процедура эквивалентна нашей процедуре фиктивной переменной времени с использованием нормализаций (61).

51 Если имеются данные о физическом объеме продаж, тогда мы рекомендуем использовать метод взвешенной регрессии, поясненный в разделе 5; напоминаем о равенствах (55). Кроме того, в этом случае, если в каком-либо данном периоде модели продаются по более чем одной цене, тогда мы можем провести взвешивание каждой отдельной цены по ее продажам по этой цене или просто агрегировать другие продажи конкретной модели k в период t и принять $P_k{}^t$ за удельную цену по всем этим продажам. Далее в тексте мы исходим из того, что выбран второй вариант.

52 Если информации о физическом объеме продаж моделей, $q_k{}^t$, не имеется, тогда определим z^* как невзвешенную среднеарифметическую z_k.

53 Berndt, Griliches and Rappaport (1995; 262-263) и Berndt и Rappaport (2001) определяют гедонические индексы типа индексов Ласпейреса и Пааше таким образом. Однако исходная идея была высказана еще в Griliches (1971; 59) и Dhrymes (1971;

111-112). Отметим, что (66) и (67) разбиваются, если вектор характеристик в период t полностью отличен от вектора характеристик в период t+1. Сходным образом проблемы могут возникать в том случае, если характеристики в один период равны нулю, а в другой период - не равны нулю; напомним проблему логарифма нуля, рассмотренную в разделе 3 выше.

54 В нашем втором методе мы приняли ρ_t равным единице, определили $\rho_1 = 1$ и $\rho_{t+1} = \rho_t P_F^{t,t+1}$ for t =1,2,...,T−1, где гедонический цепной индекс типа Фишера $P_F^{t,t+1}$ определяется (68). По этому второму методу после того, как определены агрегированные цены ρ_t, мы получаем совокупные физические объемы Q_t в качестве коэффициентов дефлирования, $\sum_{k=1}^{K} P_k^t q_k^t / \rho_t$, а не с использованием равенств (69).

55 Если весовых коэффициентов физического объема не имеется, тогда мы не можем рассчитать Q_t.

56 Изложение этих методов см. Moulton (1996; 170).

57 Удачный обзор методов условного исчисления см. Armknecht и Maitland-Smith (1999).

58 Я считаю, что изложенный здесь метод согласуется с методом, использованным Силвером и Херави для получения условно исчисленных цен отсутствующих моделей. Triplett (2001) дает общую схему других методов.

59 Очевидно, если q_k^t и q_k^{t+1} равны нулю, тогда нам не нужны оценки отсутствующих цен P_k^t и P_k^{t+1} для расчета индексов Ласпейреса и Пааше, определенных (74) и (75).